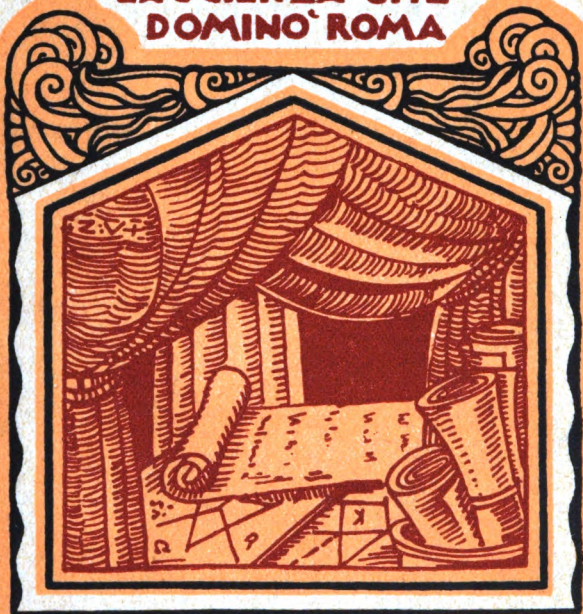
I CURIOSI della NATURA

GINO LORIA

ARCHIMEDE

LA SCIENZA CHE DOMINÒ ROMA

EDIZIONI · AGNELLI · MILANO

ZIMELLI. V.

Prof. F. Cajori
with kind regards
G. L.

"I CURIOSI DELLA NATURA"

III.

ARCHIMEDE

I CURIOSI DELLA NATURA

Serie Prima

ANTONIO PACINOTTI per Giovanni Cau

LAZZARO SPALLANZANI per Giuseppe Montalenti

G. B. DELLA PORTA per Aldo Mieli

P. ANGELO SECCHI per Giorgio Abetti

ARCHIMEDE per Gino Loria

ANTONIO COCCHI per Andrea Corsini

AUGUSTO RIGHI per Sebastiano Timpanaro

ANTONIO STOPPANI per F. Savorgnan di Brazzà

CRISTOFORO COLOMBO per Ettore Fabietti

GALENO per Guglielmo Bilancioni.

GINO LORIA

ARCHIMEDE

La scienza che dominò Roma

MILANO
CASA EDITRICE GIACOMO AGNELLI
MCMXXVIII

premessa

Ritrarre i lineamenti di un grande vissuto a oltre due millenni di distanza da noi e di cui non esiste alcuna biografia coeva, attorno a cui però è ubertosamente fiorita la leggenda, è còmpito estremamente arduo, sovrastando il doppio pericolo di lasciare nell'ombra qualche faccia della sua attività e di attribuire a Lui opere che in realtà non gli appartengono e pensieri ed opinioni sbocciati o giunte a maturità dopo che Egli aveva raggiunta la pace del sepolcro.

Nell'intento di sfuggire, per quanto possibile, siffatto pericolo, nel presente Saggio si adottò quale norma costante di riferire, quando ciò era concesso, parole scritte dal Protagonista del Saggio stesso o da personaggi di venerabile antichità e, per generale consenso, ritenuti degni di piena fiducia. Se questo sistema non potè venire

applicato su più vasta scala gli è che il tempo, mirabilmente assecondato dal malvolere e dalla ignoranza di barbari, ha distrutti innumerevoli documenti, i quali opportunamente sfruttati, avrebbero permesso di chiarire molti punti oscuri e di risolvere questioni di sommo interesse, che debbono oggi dichiararsi irresolubili.

fra storia e leggenda

Un famoso scrittore vissuto nel primo Secolo dell'èra nostra, Plutarco, narra che quando Marcello, duce dell'esercito romano nel corso della seconda guerra punica, si propose di espugnare Siracusa, ultima cittadella della resistenza cartaginese, si trovò di fronte a un avversario, a combattere il quale egli dovette riconoscersi impreparato. Le navi con cui egli assaliva la città dalla parte di mare erano colpite a rovina da pietre di dimensioni gigantesche, oppure sollevate da ordigni irresistibili e quindi scagliate lungi dal porto; forme di guerra non meno meravigliose e terrorizzanti venivano impiegate contro la fanteria e la cavalleria latine. In conseguenza di tutto ciò, tale e tanto era il terrore da cui erano invase le schiere di Marcello che i soldati, benchè giustamente celebri per coraggio, non appena vedevano apparire presso le mura di Siracusa una corda anche sottile o una trave anche di piccole

dimensioni, fuggivano spaventati, interpretando quelle apparizioni come annunziatrici di terribili macchine guerresche di nuova specie.

Chi era l'artefice di questi spaventevoli ordigni? era forse un capitano rotto a tutte le belliche insidie o un costruttore esperto nel piegare al proprio volere le forze brute della natura?

Nè una cosa, nè l'altra. Il novello Briareo, contro cui doveva misurarsi il duce romano, era un assiduo cultore della scienza pura, il quale anzi, al pari di Platone, spregiava tutte le opere dell'ingegno che avessero il più lontano legame con oggetti materiali.

Pensatore eminente e ardente patriotta, Archimede — tale era il suo nome — all'appressarsi del gravissimo pericolo sovraincombente sulla sua città natale, non era rimasto sordo all'appello del suo re (a cui sembra egli fosse legato da vincoli di sangue) e aveva dedicato tutto il proprio genio, tutto il proprio tempo, tutte le proprie forze, a far salva la patria. E con tale meraviglioso successo che soltanto grazie a un inganno, dettato da una raffinatissima astuzia, fu dato a Marcello di espugnare la contesa città.

Mite di animo, il duce romano, non riuscendo, come avrebbe voluto, a evitare a Siracusa l'onta e il danno del saccheggio, impose il rispetto verso i liberi cittadini, in particolar modo verso il suo più terribile nemico, che l'altezza della mente e l'avanzata canizie rendevano doppiamente sacro.

Sciagura volle che un rozzo legionario che conosceva Archimede soltanto di nome, trovandolo nella sua casa, completamente assorto nelle sue elucubrazioni, o, come altri racconta, incontratolo sulla pubblica via, per impadronirsi di alcuni strumenti di cui egli era carico e che avevano l'apparenza di preziosi giojelli, barbaramente lo spense: un mosaico scoperto a Ercolano e una pittura di data recente (entrambi riprodotti in questo volume) stanno a provare l'impressione esercitata per secoli e secoli da questo delitto che tinge di sanguigno le pagine immacolate della storia della scienza.

Marcello, a stento dominando l'ira e il dolore per un fatto di cui egli era del tutto innocente, ordinò che al sommo pensatore fosse accordata onorata sepoltura e che sulla pietra che ne ricordava il nome fosse incisa la figura di una sfera inscritta in un cilindro, esaudendo così il voto di Archimede che la sua tomba serbasse memoria di quella fra le sue scoperte a cui egli attribuiva il massimo valore.

Vi è ragione per credere che i concittadini di quel sommo non abbiano sufficientemente compreso come l'amore alla Patria e il culto della Scienza dovevano rendere questo tumulo simile ad un altare; si ascolti, infatti, quanto narra Cicerone:

« Essendo questore in Sicilia io dedicai tutte le mie cure a scoprire la tomba di Archimede. I Siracusani assicuravano che non esisteva più. Io invece riuscii a scoprirla, ma ricoperta di pruni

e di spine. Tale scoperta feci grazie a un'inscrizione che si diceva scolpita sul monumento, illustrata da una sfera inscritta in un cilindro. Percorrendo, infatti, con gli occhi le numerose tombe esistenti nei pressi di una delle porte della città, io notai una piccola colonna che ergevasi fra i cespugli e sulla quale vedevasi scolpite appunto una figura composta di una sfera e di un cilindro. Esclamai allora, in presenza dei più cospicui cittadini di Siracusa, che eran meco: ecco, credo, quanto io cercavo! Alcune persone furono incaricate di tagliare i cespugli e porre allo scoperto il monumento. Allora noi ci accostammo alla colonna e vedemmo l'inscrizione per metà corrosa dal tempo. Per conseguenza la più nobile e dotta delle città della Sicilia ignorerebbe tuttora dove giace il più illustre dei suoi cittadini ove non glielo avesse rivelato un uomo di Arpino ». (1)

notizie biografiche

La deplorata morte violenta dell'eminente matematico risale all'anno 214 a. C.; essa avvenne quando egli contava più di settant'anni, gli storici essendo concordi nel ritenere che egli sia nato

(1) Oggi al viaggiatore che visita Siracusa viene additata una località la quale è chiamata « tomba di Archimede »; ma nulla prova che a buon diritto essa porti questo nome.

intorno all'anno 287, dall'astronomo Fidia, che — come vedremo — trovasi ricordato in una delle sue opere. Perciò egli appartiene al periodo storico che segue immediatamente la scomparsa di Euclide. Il Museo d'Alessandria, quel grande istituto « sui generis » — Università, Laboratorio e Biblioteca ad un tempo — da cui tanta luce di scienza s'irraggiò durante il periodo greco-alessandrino, splendeva come un faro che guidava i ricercatori della verità nel campo scientifico; e tutto induce a credere che Archimede da giovane lo abbia frequentato; così egli riuscì a impadronirsi di tutta la scienza del suo tempo e stabilì solidi legami di amicizia con alcuni suoi coetanei ai quali, rimpatriando, comunicava i risultati che andava conseguendo e dirigeva i suoi scritti, quando avevano raggiunta la loro forma definitiva. Due fra essi conseguirono durevole rinomanza: Eratostene da Cirene, che, in conseguenza della misura da lui compiuta di un grado di meridiano, viene considerato come fondatore della geodesia, mentre grazie a un noto procedimento (il cosidetto « staccio di Eratostene ») che serve a costruire una tavola di numeri primi, ci si presenta tuttòra come ispiratore e guida di coloro che oggi eseguono qualche lavoro congenere; e Conone da Samo, l'astronomo che impose a una costellazione il nome di « chioma di Berenice » in memoria del sagrificio dei propri capelli che fece la sposa di Tolomeo Evergete per rendere propizi gli dei alla guerra che il sovrano

d'Egitto stava dirigendo contro il re di Siria; i versi seguenti di Virgilio (III Libro delle «Egloghe»)

> **In medio duo signa: Conon, et quis fuit alter?**
> **Descripsit radio totum qui gentibus orbem,**
> **Tempus quae messer, quae curvus arator haberet...**

mostrano che la sua rinomanza non fu di breve durata. Invece Dositeo, il terzo dei corrispondenti di Archimede, deve soltanto alla costui amicizia se il suo nome si è salvato da una completa dimenticanza.

A questi pochi dati biografici sopra il Grande di cui ci occupiamo, null'altro di certo possiamo aggiungere; soltanto si può osservare che le grandi opere da lui, per fama, compiute in qualità d'ingegnere sulle rive del Nilo, fanno ritenere che in Egitto egli sia ritornato in età matura, chiamatovi probabilmente dai governanti del tempo, dopo che egli era già salito in alta fama, come teorico e come pratico.

l' "ubi consistam,, e gli specchi ustori

Le gesta guerresche compiute da Archimede e la sua tragica fine lo fecero assurgere a una notorietà ben di rado concessa ai cultori della scienza pura; di lui parlano con somma riverenza tutti gli storici della lotta secolare di Roma contro Cartagine e attorno a lui fiorì la leggenda in modo tanto lussureggiante da rendere estremamente diffi-

cile, anzi impossibile, delineare con esattezza il quadro delle sue invenzioni meccaniche.

Così, come dichiarare conforme al vero la descrizione di una nave tanto gigantesca e perfetta in ogni particolare da potere sostenere (prescindendo dagli apparecchi motori) il paragone con gli odierni giganti del mare, superando, anzi, in raffinatezza le attuali città galleggianti in quanto che ivi, oltre a vasche per bagni e campi per giuochi, era provveduto persino al soddisfacimento dei piaceri intimi dei viaggiatori, cosa che oggi le compagnie di navigazione lasciano alla privata iniziativa dei singoli passeggieri!

Per converso nulla ha di inverosimile il racconto secondo cui Archimede, dopo avere teoricamente determinata la potenza di una leva, pieno di entusiasmo, abbia affermato al re che lo intratteneva (per usare le parole degli scrittori latini che riferiscono questo aneddoto) «*dà mihi ubi consistam et terram movebo*». Si rimane invece titubanti e dubbiosi dinnanzi al seguito di questo racconto quale è fatto da Plutarco: giacchè, l'autore delle *Vite parallele* prosegue dicendo che, per mostrare alla maestà che lo ascoltava e che era un po' scettica al riguardo, che egli non vantavasi più di quanto era in diritto di fare, Archimede gli fece vedere che, stando seduto tranquillamente sulla riva, egli poteva far muovere una grossa nave da carico, popolata di uomini e precedentemente tratta a terra; il che sembra difficilmente esegui-

guibile, non soltanto applicando la modesta leva che trovavasi nelle mani di Archimede, ma anche giovandosi degli ordigni di cui dispone l'ingegneria moderna e anche riducendo a proporzioni modeste le dimensioni della nave mossa dal Siracusano.

Da altra fonte — parliamo dello storico Polibio — ci viene narrato che « quando le navi di Marcello furono a portata d'arco, il vecchio (Archimede) fece portare uno specchio esagonale di sua invenzione. Pose poi altri specchi analoghi ma più piccoli a una distanza conveniente dal primo e mobili attorno a cerniere col mezzo di leve metalliche quadrate. Espose poi il suo specchio ai raggi del sole meridionale. Venendo questi riflessi dallo specchio, egli riuscì a provocare un terribile incendio sulle navi nemiche, le quali furono ridotte in cenere ». Ora che Archimede fosse in possesso dei fondamentali dottrinali del fenomeno della riflessione della luce è verosimile poichè a lui è attribuita un'opera di *Catottrica* (sgraziatamente perduta). Ma che egli disponesse di specchi (parabolici?) abbastanza potenti per potere bruciare oggetti situati a considerevole distanza, è cosa di cui è lecito dubitare, dal momento che tutta la scienza, tutta l'abilità tecnica, tutto l'ingegno del celebre naturalista Buffon non riuscirono a congegnare strumenti di egual portata, neppure dopo i perfezionamenti arrecati al dispositivo da lui ideato, da un assiduo studioso di Archimede, F. Peyrard.

la "coclea" Archimedea

« Non mi pare » (scrisse Galileo nelle sue *Meccaniche*) « sia da passar con silenzio l'invenzione d'Archimede di alzar l'acqua con la vite: la quale non solo è meravigliosa, ma è miracolosa, poichè... l'acqua ascende nella vite discendendo contrariamente ».

L'apparecchio a cui si allude in queste frasi è la « coclea » attribuita al protagonista di questo Saggio da Diodoro Siculo e Strabone; egli l'avrebbe concepito in Egitto, ove erano sempre all'ordine del giorno le questioni relative al regime e alla distribuzione delle acque, e avrebbe avuta larga diffusione, non soltanto sulle rive del Nilo, ma anche altrove, specialmente dopo che l'inventore se ne servì per espellere l'acqua dalla sentina della celebre nave da lui costruita per re Gelone.

Secondo la descrizione che ce ne lasciò Vitruvio nel Libro X della sua *Architettura* (descrizione alla quale tolse precisione e chiarezza, la perdita della figura illustrativa a cui si riferisce lo scrittore), il meccanismo idraulico in questione era costituito da un cilindro di legno di lunghezza eguale a dieci o dodici volte il diametro della base, girevole attorno al proprio asse. Attorno ad esso avvolgevasi un tubo cavo conformato a spirale (elica cilindrica) (1), fissato al cilindro con ro-

(1) Vitruvio prescrive che l'inclinazione costante del tubo sull'asse fosse eguale a uno degli angoli acuti del triangolo rettangolo avente per lati 3, 4, 5; ma tale condizione non è essenziale.

buste saldature di ferro, una estremità del quale si supponeva pescasse in un recipiente ripieno di acqua da travasare.

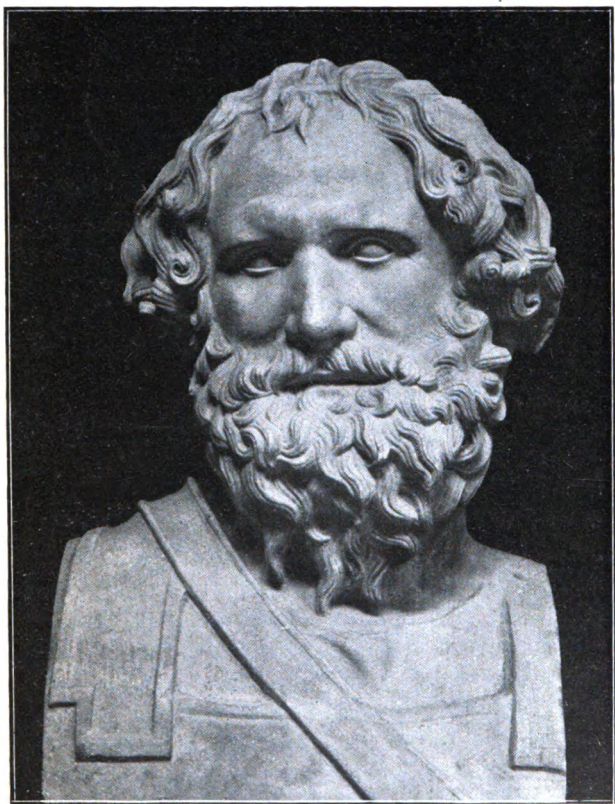
Se l'asse del cilindro fosse verticale, allora tutte le spire dell'elica tubulare si presenterebbero quasi come piani inclinati rispetto al livello dell'acqua, onde questa non potrebbe salire entro il tubo, fosse questo fisso o mobile. Ma se invece il cilindro si disponesse in modo che la prima spira dell'elica immersa fosse inclinata al dissotto del pelo dell'acqua, allora l'ingresso del liquido sarebbe possibile, sia col cilindro in riposo, sia durante la rotazione di esso.

Fin qui il celebre architetto romano.

Ma, come si otteneva la rotazione dell'anzidetto cilindro? Al riguardo egli non si esprime con la consueta diffusione e chiarezza; epperò i commentatori della sua grande opera si sforzarono, con mediocre successo, a colmare la lacuna che erasi creduto di avvertire nella sua descrizione. La luce venne proiettata, soltanto ai dì nostri, da una pittura di recente posta in luce dagli scavi che si vanno facendo a Pompei. Questo affresco (che qui riproduciamo togliendolo da una tavola pubblicata in un fascicolo delle « Notizie degli scavi di antichità » pubblicati dalla R. Accademia dei Lincei) mostrò che il misterioso motore della coclea archimedea non era alcuno di quelli ideati dai chiosatori di Vitruvio, ma la forza dell'uomo, rappresentata da uno schiavo, seduto sopra

una sbarra, al quale era affidata la rude fatica di mantenere in movimento il cilindro di cui sopra, mediante regolari colpi di piede; posizione molto incomoda e operazione assai malagevole, ma supplizio non per nulla annoverato fra i più gravi castighi che gli antichi infliggevano ai loro schiavi. Resta così data anche attendibile spiegazione del fatto che Vitruvio siasi ritenuto esonerato dal dilungarsi sopra questo complemento alla descrizione della coclea; dal momento che il motore era rappresentato dall'energia naturale dell'uomo, che cosa doveva dirne colui che erasi proposto di insegnare ai costruttori l'arte di loro pertinenza?...

la frode dell'orefice

Un'altra notizia sopra un geniale trovato archimedeo s'incontra dove non era presumibile fosse da cercare, cioè nella Prefazione a uno (il IX) dei Libri dell'*Architettura* di Vitruvio. Ivi il celebre ingegnere ricorda che gli antichi Greci accordavano sommi onori agli atleti vincitori nei Giuochi olimpici; questi venivano colmati di lodi nelle pubbliche assemblee, ove si presentavano carichi di palme e di corone, e era loro concesso di rimpatriare sopra carri trionfali; e osserva che vi è ragione di stupirsi che consimili onori, anzi maggiori, non fossero tributati a coloro i cui scritti riescono di giovamento a tutti i secoli e tut-

ARCHIMEDE

te le nazioni; giacchè, mentre gli esercizi compiuti dagli atleti ad altro non servono che rendere più robusto il loro corpo, le opere di coloro che scrivono libri, col perfezionare il loro spirito, dispongono altri ad apprendere le scienze. A conferma di tali assennate vedute Vitruvio cita alcune invenzioni di Platone e di Pitagora e così prosegue: « Fra tutte le meravigliose invenzioni di Archimede, le quali, egli dice, sono numerosissime; quella che citerò mi sembra contrassegnare una sottigliezza di spirito quasi incredibile. Jerone, allora regnante in Siracusa, avendo portato a felice compimento un affare importante, fece voto di offrire agli Dei immortali un'aurea corona. A tale scopo strinse un regolare contratto con un orefice e gli affidò un'ingente massa d'oro. L'artista consegnò il proprio lavoro nel giorno stabilito, il re lo trovò di inappuntabile fattura e la corona, essendo stata posta sulla bilancia, si mostrò avere lo stesso peso dell'oro consegnato. Quando però la si sperimentò con la pietra di paragone, si riconobbe che l'orefice aveva trattenuto una parte dell'oro, surrogandola con argento. Jerone sdegnato per essere stato truffato e mancando di mezzi per convincere l'artista del furto commesso, pregò Archimede di escogitarne uno. Un giorno che questi, mentre era tutto preoccupato di tale questione, stava per prendere un bagno, osservò che, nel momento in cui entrava nella vasca, usciva dell'acqua. Questa osservazione fecegli scoprire quanto cercava: allora,

trasportato di gioia, uscì precipitosamente dal bagno e corse verso casa, ignudo come era, gridando: ho trovato, ho trovato (εὕρεκα, εὕρεκα).

In conseguenza di questa prima scoperta egli, a quanto si narra, fece fare due masse di egual peso della corona, una d'oro, l'altra d'argento; poi immerse in un vaso ripieno d'acqua sino all'orlo, la massa d'argento, che, mentre s'affondava, fece uscire una quantità d'acqua eguale al proprio volume; avendola poi tolta e riempito nuovamente il vaso d'acqua come prima e avendo misurata l'acqua uscita, egli conobbe la quantità d'acqua corrispondente a una massa d'argento d'un certo peso. Compiuta questa esperienza egli introdusse similmente la massa d'oro nel vaso ripieno d'acqua; e, dopo averla tolta, misurò nuovamente quant'acqua fosse uscita e trovò che la massa d'oro non aveva fatto uscire tanta acqua quanto l'altra; la differenza in meno era uguale alla differenza di volume della massa d'oro, paragonata a quella di argento di egual peso. Da ultimo riempì una terza volta il vaso e avendovi introdotta la corona vide che usciva una quantità d'acqua maggiore di quella che era stata espulsa dalla massa d'oro. Così arrivò a sapere quanto argento fosse stato mescolato all'oro e a dimostrare il furto dell'orefice ».

Mancano autentici particolari intorno al calcolo eseguito da Archimede per determinare le quantità di oro e d'argento che entravano nella corona pre-

sentata al re; ma sarà facile al lettore convincersi che esso non eccedeva lo stato dell'aritmetica del tempo. Quello che può anche rilevarsi è che, fra le linee del racconto di Vitruvio, si vede apparire il concetto di « peso specifico », a cui certamente è pervenuto il grande di cui ci occupiamo.

l' idrostatica in Archimede

Nasce ora la questione: fu l'incidente riferito il punto di partenza delle ricerche idrostatiche di Archimede o non piuttosto fu l'orientazione della sua mente verso lo studio della fisica dei liquidi, che lo portò a trovare la soluzione del problema propostogli dal suo sovrano? La cronologia delle scoperte del grande Siracusano essendo avvolta nella più fitta oscurità, è vano qualunque tentativo per rispondere a questa domanda. Limitiamoci, quindi, a far conoscere le ragioni per le quali Archimede viene, a pien diritto, considerato come il creatore del capitolo di fisica che si riferisce all'equilibrio dei liquidi.

Le basi del suo buon diritto a questa eccelsa posizione esistono in due libri, il cui originale completo fu soltanto di recente scoperto (un frammento ne era stato fatto conoscere, circa un secolo fa, da Angelo Mai); una versione latina, tratta probabilmente da un rifacimento arabo, da circa tre secoli trovavasi, però, per merito di Nicolò Tartaglia, nelle mani di tutti gli studiosi della

materia. Il più reputato editore di Archimede impose alla versione latina di quest'opera il titolo « De corporibus fluitantibus »; il valore di essa è tale che, per usare le parole di Lagrange, si deve riguardare come « un des plus beaux monuments du génie d'Archimède » perchè essa « renferme une théorie de la stabilitè des corps flottants à laquelle modernes ont peu ajouté ».

Si legge in essa il fondamentale « principio di Archimede », secondo cui (per servirci dell'enunciato più noto) un corpo immerso in un liquido perde tanto del suo peso quanto è il peso del liquido da esso spostato. Di esso Archimede fece applicazione alla ricerca delle condizioni di equilibrio tanto di un segmento sferico, quanto del solido che si ottiene tagliando un paraboloide di rotazione con un piano normale all'asse.

Ma non sono soltanto i risultati ottenuti da Archimede che destano oggi la più viva ammirazione; è anche il metodo da lui usato per ottenerli, giacchè in esso si trova, sotto la forma più genuina e schietta, la procedura usata poi dai matematici investigatori di fenomeni fisici; infatti egli, partendo da alcuni postulati assunti come verità evidenti e non discutibili, procede con l'andamento rigorosamente logico di cui Euclide ci ha tramandato un modello d'insuperata perfezione. L'opera d'Archimede possiede poi il carattere distintivo della filosofia di Platone, che è quello di astrarre dalle proprietà fisiche dei corpi, per trattener-

si a contemplarne i caratteri prettamente matematici; cosicchè l'umido archimedeo è un liquido che esiste, non in natura, ma nelle mentali astrazioni del filosofo, il quale ammette che le molecole rasentino le pareti dei recipienti e fluiscano le une sopra le altre senza incontrare la minima resistenza.

Da ciò la ragione per cui, mentre Archimede va annoverato fra i più grandi fisici-matematici che siano apparsi sulla faccia della terra, poco o nulla fece per imprimere allo studio dei fenomeni naturali l'indirizzo sperimentale che, auspici Bacone e Galileo, condusse alle più ammirabili scoperte.

la statica in Archimede

La logica, se non la storia — muta a tale riguardo — induce a ritenere che Archimede, prima di volgere la propria mente allo studio dell'equilibrio dei fluidi, abbia composte quelle opere che lo fanno considerare come un legislatore riguardo alla meccanica dei solidi, tanto più che uno scritto sopra la leva attribuito ad Euclide induce a ritenere che egli non sia stato il primo ad avventurarsi in questa nobile regione della scienza. Di quelle opere, una relativa ai centri di gravità ed altre relative a capitoli non meglio determinati della teoria dei moti e delle forze, non giunsero sino a noi e ne è nota l'esistenza soltanto grazie a citazioni di antichi autori. Ma fortunatamente possediamo integralmente i due magnifici Libri *Sul-*

l'equilibrio dei piani, dei quali è dovere nostro indicare, sia pur brevemente, lo scopo e i risultati.

Redatti nello stile che vedemmo usato nei lavori idrostatici, il primo risultato notevole che contengono è rappresentato dal teorema: « Due pesi attaccati agli estremi di un'asta rigida appoggiata ad un fulcro, si fanno equilibrio quando e solo quando si trovano da questo a distanza inversamente proporzionali ai pesi stessi ». Da esso Archimede trae la determinazione dei centri di gravità (punti non definiti perchè già studiati in un'opera già citata fra le perdute) di parecchie speciali figure piane limitate da rette e dei risultati ottenuti fa una inattesa applicazione, cioè la determinazione del contenuto della porzione di piano (detta «segmento parabolico») limitato da un arco di parabola e dalla corda relativa. Archimede ritiene che sia questo il primo esempio di determinazione esatta di un'area non tutta limitata da linee rette; ma, come vedremo meglio fra breve, Ippocrate da Chio lo aveva preceduto, ottenendo però risultati di gran lunga meno importanti.

Ma ad un rigoroso metodico qual era Archimede non poteva sfuggire — ed effettivamente non sfuggì — che in questa ricerca a scopo geometrico, eseguita invocando principii meccanici, si annidava un elemento estraneo; sentì quindi il dovere di dimostrare come al medesimo risultato si potesse giungere giovandosi di principii esclusivamente geometrici. Il Libro *Della quadratura*

della parabola ha per l'appunto lo scopo di determinare, senza ricorrere a considerazioni meccaniche, il rapporto che intercede fra l'area di un segmento parabolico e quella del triangolo avente la stessa base e la stessa altezza (avente, cioè, per vertice il punto della curva nel quale la tangente riesce parallela alla base).

Questo risultato fu ottenuto da Archimede servendosi di una forma di ragionamento (detto oggi « metodo di esaustione ») che egli applicò in tutti i casi in cui volle calcolare aree e volumi non limitati da sole rette e soli piani; è un artificio logico, di cui qualche esempio si trova già in Euclide, ma che egli svolse completamente, offrendone esempi che servirono come modelli alle venture generazioni di geometri. Esso ha per fondamento la considerazione di due serie di grandezze fra le quali è sempre compresa la grandezza da determinare e tali che la differenza fra due qualunque di esse appartenenti a serie differenti può rendersi minore di qualsivoglia quantità assegnata; applicando, da ultimo, una riduzione all'assurdo si arriva a concludere che la grandezza incognita non può essere differente da quella indicata nel teorema da dimostrare. Nei vari casi in cui Archimede applica questo tipo di ragionamento ciò che muta è la natura delle qualità ausiliari; e per fare la relativa scelta è indispensabile una conoscenza profonda delle figure da misurare; ad essa giunge in ogni caso il Siracusano con considera-

zioni della più alta importanza, le quali fanno ricercare i suoi scritti, anche da coloro che non s'interessano esclusivamente all'intento precipuo a cui esse mirano.

La novità ed importanza di questo risultato sono affermate senza reticenza da Archimede nella lettera-prefazione al suo lavoro, la quale suona così:

« Archimede a Dositeo salute.

Quando appresi che Conone era morto, il solo degli amici che io avessi ancora, che tu eri legato a lui da stretta amicizia e che eri versatissimo in geometria; fui estremamente afflitto per la scomparsa di un uomo che erami amico e che aveva, riguardo alla geometria, un'ammirevole sagacia e risolsi d'inviare a te, come avrei fatto con lui, un teorema di geometria di cui nessuno si era occupato e che io ho voluto studiare. Questo teorema io scopersi, prima giovandomi di considerazioni meccaniche e in seguito con ragionamenti geometrici. Fra coloro che coltivarono la geometria prima di noi, alcuni tentarono di mostrare come fosse possibile determinare una superficie rettilinea eguale a un cerchio o ad una parte di cerchio. Tentarono poi di quadrare la superficie compresa fra una sezione conica e una retta, ma appoggiandosi a lemmi che è difficile ammettere, e furono, quindi, rimproverati per non avere conseguito lo scopo. Ma, per quanto mi consta, non si è trovato sinora nessuno che abbia cercato di quadrare la porzione di piano compresa fra una retta

e una parabola. E' quanto abbiamo fatto noi; perchè dimostrammo che un segmento qualunque compreso fra una retta e una parabola è eguale a quattro terzi del triangolo avente la stessa base e la stessa altezza ».

Non pago di questo mirabile risultato, il Nostro, nel secondo dei Libri *Sull'equilibrio dei piani,* giunge ad un'altra notevolissima conseguenza concernente la stessa figura, cioé determina la posizione del suo centro di gravità. La genialità di cui diede prova Archimede nello scoprire la relativa proposizione e la forza logica da lui spiegata per assodarne la verità non saranno mai abbastanza ammirate e il contenuto dei tre libri ora brevemente discorsi sta a provare che anche prima della comparsa di Apollonio Pergeo, le proprietà delle sezioni del cono erano famigliari ai Greci che coltivavano la geometria.

sguardo alla geometria pre-Archimedea

Le ricerche di Archimede sopra la quadratura della parabola ci hanno indotto ad abbandonare il campo della meccanica per altre prettamente geometrico. Ora è doveroso e opportuno notare che, mentre riguardo al primo egli può a buon diritto riguardarsi come un audace pioniere, per quanto concerne il secondo egli annoveri molti valorosi precursori.

Pur tacendo delle non ispregevoli cognizioni intorno alla estensione figurata che certamente possedeva il popolo che seppe innalzare quelle gigantesche piramidi che meravigliosamente resistono alle intemperie che le flagellano da secoli cognizioni confermate luminosamente da preziosi papiri deposti nelle tombe dei Faraoni, non si può nè deve dimenticare che Talete da Mileto, il primo dei sette saggi della Grecia, seppe aggiungere alle poche verità geometriche rivelate a coloro che abitavano sulle rive del Nilo dalla rozza testimonianza dei sensi, alcune proposizioni ottenute mediante opportuni ragionamenti, così mostrando di avere intuito in che cosa consistesse la ricerca geometrica. Poco dopo di lui, Pitagora tracciò con mano che non vacilla la via da seguire per investigare razionalmente le proprietà dell'estensione figurata; legò inoltre il proprio nome alla proposizione esprimente la proprietà caratteristica del triangolo rettangolo e alla scoperta e costruzione dei cinque poliedri regolari; avvertendo poi la impossibilità di esprimere con un numero il rapporto che passa fra la diagonale e il lato di un quadrato, schiuse nuovi sconfinati e insospettati orizzonti ai cultori dell'aritmetica; finalmente, ponendo il numero a fondamento del proprio sistema filosofico, assegnò alla fisica come compito la ricerca delle leggi numeriche governatrici dei fenomeni e, appunto nello sforzarsi di assolverle, essa celebrò le sue più clamorose vittorie.

Siccome in un'epoca nella quale la specializzazione era ignota (e presumibilmente era impossibile) la matematica visse in uno stato di simbiosi con la filosofia, tutte le sette che in quel tempo si succedettero sul fecondo suolo dell'Ellade, portarono qualche contributo alle nostre cognizioni sugli enti matematici. Allora vennero posti all'ordine del giorno due dei problemi che, signoreggiando tutta l'antica geometria, furono stimolo efficacissimo alle investigazioni geometriche: cioè quello di determinare un quadrato equivalente in superficie a un circolo e quello di costruire un cubo che fosse di volume doppio del volume di un dato cubo. E' degno di menzione il fatto che sino dal V secolo a. C. furono ottenuti al riguardo risultati non privi di valore, specialmente per merito di quell'Ippocrate da Chio, che Aristotele ricorda come esempio di pensatori unilaterali, i quali soltanto in un campo seppero dar prova della potenza del loro intelletto; infatti, mentre in controversie di carattere commerciale Ippocrate si mostrò uomo dappoco, nei suoi sforzi per quadrare il cerchio, non riuscendo a toccare l'agognata mèta, concepì per primo alcune notevoli figure limitate da archi di circoli, le quali sono esattamente quadrabili (sono le celebri « lunole di Ippocrate »).

Similmente non arrivando a sciogliere il secondo dei suaccennati problemi, lo trasformò in quello di trovare due medie proporzionali fra due rette date. Tale metamorfosi riuscì sommamente

giovevole. Infatti da un lato condusse ad una ingegnosissima soluzione stereometrica del problema, immaginata da un tardo discepolo di Pitagora, cioè da quell'Archita di Taranto che Orazio ricorda con ammirazione come aritmetico, geometra e astronomo, narrandone (*Ode* 28ª del I. libro) la miseranda fine durante un naufragio accaduto nel mare Adriatico. D'altro lato essa condusse Menecmo (presunto istitutore di Alessandro il Grande e degno discepolo di quell'Eudosso da Cnido a cui devesi la sostanza del V°. Libro di Euclide e i fondamenti del metodo di esaustione) ad arricchire la geometria di nuove importanti figure — le sezioni del cono — e a mostrarne la applicabilità al problema della duplicazione del cubo.

Circa nei medesimi anni due filosofi immortali contribuivano, sia pure indirettamente, al progresso delle scienze esatte: Platone, vantando il sommo valore educativo, della geometria e sostenendo essere ad essa affidata una parte importante nella preparazione allo studio della filosofia, giungendo persino a vietare l'accesso nella propria scuola a chi ne fosse del tutto ignaro; Aristotele, riunendo i canoni della logica deduttiva, in un codice che da secoli serve come sicura guida per tutti coloro che intendono rettamente ragionare.

Verso il 300 a. C. il centro della cultura lasciava Atene per occupare Alessandria, la nuova città fondata da Alessandro Magno e che, dopo la sua

morte, divenne capoluogo del nuovo regno dei Lagidi. Si iniziò allora un periodo di floridezza per la nostra scienza quale non si è forse rinnovato che nel secolo di Galileo, Descartes e Newton. Allora Euclide scrisse quella grande opera didattica, che, per sostanza e forma, costituisce il modello a cui da due millennii si uniformano tutti coloro che studiano, insegnano, promuovono la geometria; nè va taciuto che, contrariamente a quanto generalmente si ritiene, egli non si è limitato alla parte di espositore delle idee altrui, chè altre opere — sgraziatamente non tutte sfuggite all'azione deleteria del tempo — ci mostrano Euclide intento a estendere i confini della scienza a cui aveva assicurate basi incrollabili. Appunto nel momento in cui, per legge ineluttabile di natura, scompariva dalla scena del mondo l'autore degli *Elementi,* sorgeva l'astro di prima grandezza di cui stiamo tessendo l'elogio.

lavori di Archimede relativi alla geometria elementare

Alcune scoperte di Archimede, delle quali ci è giunto l'eco per via indiretta, ce lo presentano sotto l'aspetto di uno studioso delle opere dei predecessori, a cui si sforza e riesce di arrecare perfezionamenti ed aggiunte.

Così da fonte araba ci giunge notizia di buon

numero di svariate proposizioni, due delle quali si riferiscono a figure limitate da archi circolari, che tutto fa credere siano state concepite esaminando le lunole d'Ippocrate; sono l'« arbelo » e il « salinon ».

Un'altra proposizione dalla stessa raccolta di *Lemmi* che serbò memoria di dette figure, contiene un teorema che serve a ridurre il problema di dividere un angolo in tre parti eguali (la terza delle questioni che fu stimolo possente alla ricerca geometrica, non soltanto antica), a quella d'inserire un segmento di data lunghezza fra due rette conosciute di posizione.

Pure per il tramite degli Arabi ci perviene l'assicurazione che fu Archimede a scoprire l'espressione dell'area di un triangolo in funzione dei tre lati, notevole complemento agli *Elementi* di Euclide che d'ordinario viene attribuita ad Erone di Alessandria, nelle cui opere s'incontra per la prima volta, elegantemente dimostrata, ma senza indicazione d'origine.

Questo fatto induce ad attribuire al sommo Siracusano un'altra formola notevolissima: ed ecco come e perchè. Si fa a lui merito di avere scritta un'opera *Sulle figure quadrilatere,* di cui ignorasi completamente il contenuto; ora in opere di molto posteriori scritte da matematici Indiani, s'incontra, pure per la prima volta, l'espressione dell'area di un quadrangolo inscritto in un cerchio in funzione dei suoi lati, la quale coincide con

quella analoga relativa a un triangolo, supponendo nullo un lato del quadrangolo. Quella formola è data negli scritti orientali citati, non soltanto senza dimostrazione, ma, quello che è ben peggio, coll'omissione della condizione, indispensabile per la sua applicabilità, che il quadrangolo considerato sia inscritto in un cerchio; ciò prova che si tratta di un risultato trascritto materialmente da qualche opera di più antica data. Ora siccome è noto che rapporti intellettuali continui esistettero fra l'Europa e l'India attraverso la Persia, almeno a partire dall'epoca dell'incursione macedone, così come giudicare infondata l'ipotesi che appunto nello scritto archimedeo *Sulle figure quadrilatere* fosse esposta la formola a tutti nota

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)} \quad (\text{ove } 2p = a+b+c+d)\,?$$

Completa oscurità regnò durante molti secoli intorno al contenuto di un opuscolo archimedeo *Sull'ottagono nel cerchio*; ma fortunatamente, ai dì nostri, grazie a un arabo medioevale, dotto e coscienzioso, Tabit ibn Qurra (826-901), si è giunti a conoscere un bellissimo teorema ivi contenuto, donde emerge che il Siracusano può ancora insegnarci qualche cosa.

Assoluta certezza possiede l'aggiunta fatta da Archimede alla teoria dei poliedri, chè ce ne dà circostanziata notizia un commentatore greco — Pappo d'Alessandria — meritevole della nostra completa fiducia. Sappiamo che nella scuola di

Pitagora si conoscevano i cinque poliedri regolari convessi; d'altra parte da un passo delle *Definizioni* del più volte citato Erone risulta che Platone aveva immaginate altre due figure analoghe, ma dotate soltanto di una parziale regolarità, essendo limitate da poligoni tutti equiangoli ed equilateri, ma non tutti della medesima specie: come quello limitato da quattordici facce, tutte regolari, ma otto triangolari e sei ottagonali e può ottenersi mediante l'operazione di troncatura, eseguita sopra un cubo. Ora è merito di Archimede l'avere scoperto tutte le figure della medesima specie: sono i tredici « poliedri semi-regolari » detti appunto « archimedei ».

il più antico giuoco di composizione

Se, come scrisse Leibniz, « saepe notavimus, nunquam homines quam in ludicris ingeniores esse ». non recherà al lettore meraviglia alcuna se ad Archimede sia attribuito un giuoco, il più antico a noi noto fra i giuochi di composizione, che diedero, a noi, fanciulli, tante ore di onesto passatempo; e alcune frasi entusiastiche di antichi scrittori latini — Marco Vittorino e Attilio Fortunato — fanno testimonianza dell'ammirazione che esso destava in un'epoca in cui la matematica godeva di mediocrissimo credito. Quelle frasi fanno

Mosaico scoperto ad Ercolano

(Pubblicato per la prima volta da F. Winter - Berlino 1924).

conoscere che lo scopo del giuoco era quello di comporre varie figure mediante quattordici pezzetti d'avorio di varia forma, derivati tutti da un quadrato; e siccome essi venivano conservati in apposita cassettina, è chiaro la ragione del nome di « Loculus Archimedius » dato al giuoco di cui è parola.

Per sapere qual forma avessero quei quattordici pezzi d'avorio si ricorse indarno a scrittori della classica antichità; lo insegnò invece, inaspettatamente, un manoscritto arabo di recente tradotto; esso, infatti, insegna la costruzione seguente:

Si consideri il quadrato ABCD. Bisechiamone in E il lato BC; eleviamo EZ perpendicolare a BC e segnamo le diagonali AC, BZ e ZC; similmente bisechiamo BE in H e innalziamo HT perpendicolare a BE; dirigiamo poi la riga verso A e tiriamo HK; bisechiamo AL in M e conduciamo BM; il rettangolo ABEZ resta così diviso in sette parti. Bisechiamo poi CD in N e ZC in Q, conduciamo EC, poniamo la riga sui punti B e Q e conduciamo QO; tirando ancora CN, anche il rettangolo ZECD rimane diviso in sette parti, ma in modo differente dall'altro rettangolo; in tutto il quadrato è pertanto ripartito in quattordici parti ».

Queste hanno tutte aree aventi rapporti razionali con quella del quadrato, il che non è difficile dimostrare con semplici considerazioni basate sopra la teoria dell'equivalenza e della similitu-

dine delle figure. Non è certamente il caso di quì riferirle; notisi soltanto che se il lavoro arabo a cui attingiamo è la versione fedele di uno scritto archimedeo, questo va annoverato fra i contributi da lui dati alla parte più elementare della geometria; donde la ragione per cui noi ne facemmo cenno in questo punto del nostro Saggio.

misura del cerchio

Seguitando in questa rassegna dei contributi dati da Archimede alla parte più elementare della geometria, rileveremo che egli, come tanti valentuomini prima e dopo di lui, siasi accostato al più celebre dei problemi che annovera la matematica, quello, cioè, della quadratura del cerchio. E' presumibile che egli siasi sforzato di risolverlo in una forma analoga a quella da lui usata per quadrare un segmento parabolico; non essendo riuscito a toccare una mèta che oggi si sa essere irraggiungibile, si limitò a determinare approssimativamente il rapporto π che passa fra la lunghezza della circonferenza di un cerchio qualunque e il suo diametro.

Il completo lavoro su questo argomento, sfortunatamente, non è giunto sino a noi; ne conosciamo soltanto un estratto recante il titolo *Misura del circolo*. Ivi Archimede stabilisce anzitutto la so-

stanziale identità dei due problemi « quadrare il cerchio » e « rettificare la circonferenza », dimostrando che l'area di un cerchio è equivalente ad un triangolo rettangolo avente per cateti il raggio e la periferia rettificata. Egli passa poi a determinare due limiti fra cui è compresa la lunghezza della circonferenza, ricorrendo a tale scopo alla considerazione di poligoni regolari ad essa inscritti e circoscritti.

E' questo un concetto non pienamente originale. Infatti Antifonte, sofista e indovino contemporaneo di Socrate, a quanto riferisce Aristotile, ritenne che, inscrivendo successivamente in un cerchio poligoni di 4, 8..... lati si giungesse a esaurire la superficie di questo e che proseguendo in tal modo si potesse inscrivere un poligono i cui lati, per la loro piccolezza, avrebbero finito per coincidere con la circonferenza. Aristotile sdegnosamente si rifiuta di confutare una siffatta argomentazione, essendo essa basata sopra principii ageometrici. Da altra parte un altro filosofo della stessa epoca ricordato da Dante (1) — Brissone — considerando ad un tempo un quadrato inscritto e uno circoscritto allo stesso cerchio, ritenne che questo fosse la media geometrica fra le aree di quelli.

Nulla assicura che Antifonte e Brissone siano sta-

(1) E di ciò sono al mondo aperte prove
Parmenide, Melisso, *Brisso* e molti
Li quali andavan e non sapevan dove.
Paradiso, Canto XIII, vv. 123-125.

ti i primi a tentare di risolvere per questa via il disperante problema, ma la storia deve registrare la comparsa, per merito loro, di un concetto che si è dimostrato fecondo di vaste e importanti risultati. Affrettiamoci ad aggiungere che colui che tolse ad esso ogni ingrediente metafisico fu Archimede, il quale calcolando successivamente i perimetri dei poligoni inscritti e circoscritti da 6, 12, 24 48 e 96 lati arrivò alla celebre limitazione

$$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7},$$

la quale conduce al notissimo valore $\pi = 3{,}14$.

Per quanto importante sia questo risultato, tutto induce a credere che Archimede non vi si sia arrestato; infatti Erone attribuisce a lui la scoperta di un altro valore di π più approssimato, il quale s'incontra, senza nome d'autore, in scritti posteriori di matematici orientali; è il seguente 3,1416, che non differisce in fondo dall'espressione $\frac{355}{113}$ trovata assai più tardi (1590) dal matematico olandese Adriano Anthonizoon (*vulgo* Mezio). Con tutta probabilità il Siracusano l'ottenne spingendo più oltre — cioè sino ai poligoni di 192 e 384 lati — il metodo dei poligoni inscritti e circoscritti.

L'importanza dell'ora discorso lavoro di Archimede risiede nel fatto che esso contiene, sul problema a cui essa si riferisce, i primi risultati accettabili, anzi così soddisfacenti che furono ritenuti degni di occupare un posto stabile nella scien-

za, dopo di avere ricevute numerose conferme. Inoltre il metodo ivi usato servì di modello per tutti coloro che trattarono questioni congeneri. Finalmente la limitazione da lui stabilita per il rapporto fra la circonferenza e il diametro potè essere invocata ogniqualvolta si trattava di giudicare dell'attendibilità di pretese nuove quadrature del cerchio; chè il fatto che esse conducessero a valori che non cadono entro i limiti archimedei avrebbe potuto servire a convincere i loro autori dell'errore commesso, ove il problema di ridurre al silenzio un presunto quadratore del cerchio non fosse un problema ancora più difficile di quello del quadrare il circolo.

la spirale d'Archimede

Lettor tu vedi ben com'io innalzo
La mia materia; e però con più arte
Non ti meravigliar s'io la rincalzo.
DANTE.

Vi è una curva nell'investigazione della quale Archimede mostrò tutta la straordinaria potenza del proprio genio. Essa fu ottenuta, non, come le coniche e le spiriche, secando con un piano una superficie convenientemente scelta, ma mediante la composizione di movimenti, artificio questo che due secoli prima, nelle mani del sofista Ippia d'Elea, aveva condotto a concepire un'altra linea, applicabile alla quadratura del cerchio. I movimenti im-

piegati per ottenere la nuova curva archimedea sono la rotazione uniforme di una retta attorno a un centro fisso e in un determinato piano e la traslazione, pure uniforme, di un punto, a partire dallo stesso centro. La traiettoria del moto composto dei due ora definiti viene da alcuni considerata come invenzione di un contemporaneo del Nostro matematico che già conosciamo, Conone da Samo, ma la scoperta e la dimostrazione rigorosa delle sue più spiccate qualità sono la gloria del Siracusano; perciò a ragione la curva rappresentata in coordinate polari dall'equazione $\varrho = a\omega$ porta il nome di « spirale d'Archimede ».

Lo scritto che Archimede dedicò a questa curva si apre con una prefazione la quale getta tanta luce sulla vita scientifica di quegli antichi tempi, che crediamo opportuno di riferirne almeno l'esordio:

« Archimede a Dositeo, salute. Tu mi preghi sempre di redigere le dimostrazioni dei teoremi che comunicai a Conone. Parecchi si trovano già nei libri che ti recò Eraclito (1); ora te ne mando altre relative a teoremi che si leggono in questo. Non stupirti se lasciai passare tanto tempo prima di pubblicare le dimostrazioni di questi teoremi. Il motivo sta in ciò che io volli lasciare agio di trovarle alle persone versate nella matematica e desiderose di occuparsi di questa ricerca. Giacchè,

(1) Forse colui che viene citato come biografo di Archimede.

quanti sono i teoremi geometrici che a prima giunta non si vede come possano essere scoperti e che in seguito diventano evidenti! Conone morì prima di avere avuto il tempo di scoprire quelle dimostrazioni e lasciò quei teoremi in oscurità completa; se fosse vissuto, le avrebbe indubbiamente scoperte e grazie ad altri teoremi avrebbe allargati i confini della geometria. Perchè noi ben sappiamo che quell'uomo aveva, per tale scienza, una capacità ammirabile. Molti anni sono trascorsi dalla sua morte, eppure io non so che siasi trovato alcuno che abbia risoluta qualcuna di quelle questioni. Io le esporrò ordinatamente. E' accaduto che due di esse fossero false. Di modo che coloro che si vantano di averle risolute tutte, senza però far conoscere alcuna dimostrazione, sono confutati dal fatto che asseriscono di avere trovato cose che non potevano esserlo in alcun modo ».

Riguardo alla curva dianzi definita, Archimede insegna a costruire la tangente in un punto arbitrario; in linguaggio moderno l'artificio da lui usato si può designare come un'applicazione della considerazione della suttangente polare, onde la costruzione a cui egli giunge è meno semplice di quella che deriva dalla costanza della sunnormale polare. Dal risultato ottenuto emerge che, quando la spirale d'Archimede si sappia descrivere con moto continuo, costruendone le tangenti, si ha un mezzo per rettificare la circonferenza. Il Nostro insegnò anche a calcolare l'area compresa fra i

raggi vettori di due punti di dette curve e l'arco corrispondente e stabilì al riguardo una folla di teoremi di suprema eleganza. Della rettificazione non tenne parola; ma il fatto che un arco di spirale è eguale a un determinato arco di una parabola opportunamente scelta, potrebbe benissimo essere stato avvertito da lui, dal momento che fu scoperto prima dell'invenzione del calcolo infinitesimale, servendosi appunto di ragionamenti del tipo di quelli da lui costantemente usati e applicando cognizioni che egli possedeva.

stereometria dei corpi rotondi

Le figure che sinora incontrammo negli scritti geometrici di Archimede appartengono (se si prescinde dai poliedri semiregolari) alla geometria del piano. Non meno sorprendente è l'abilità da lui spiegata nelle sue investigazioni sopra le figure a tre dimensioni, di cui ora ci occuperemo.

Lo provano anzitutto due importantissimi libri intitolati *Sopra la sfera e il cilindro,* i quali, con piena ragione, possono riguardarsi come costituenti un prezioso complemento alla parte stereometrica degli *Elementi* di Euclide. Le principali proposizioni ivi contenute sono divenute di dominio universale, tanto che — malgrado il costume moderno di designare ogni proposizione col nome di una scienziato, presunto scopritore di es-

sa — nessuna di esse reca quello del Siracusano; se, come pensava Ernesto Rénan, aspirazione massima di un pensatore dover essere quella che le sue idee girino il mondo senza alcun marchio di fabbrica, essendo riguardate come proprietà dell'intera umanità, Archimede ha certamente raggiunta tale mèta ideale. Chi, infatti, volge a lui il pensiero applicando il teorema che afferma essere la superficie della sfera eguale al quadruplo di quella di un suo circolo massimo e il suo volume eguale a quello di un cono, la cui base sia equivalente a detta superficie e la cui altezza sia eguale al raggio della sfera considerata? Non sono questi però gli unici risultati raggiunti nel I. dei Libri in esame. Infatti vi si trovano tutte le relazioni relative al volume e alla superficie del cilindro, del cono e del tronco di cono, del segmento e del settore sferico, cioè tutto quanto costituisce ancora oggi la geometria metrica dei corpi rotondi studiati nella geometria elementare, e di più molte altre eleganti relazioni che se ne deducono. Della grande importanza dei risultati ottenuti Archimede si mostrò pienamente consapevole quando fece voti perchè sopra la sua pietra sepolcrale venisse incisa una sfera inscritta in un cilindro.

L'utilità dei risultati stessi viene luminosamente dimostrata da Archimede applicandola, nel II. dei citati Libri, alla risoluzione di alcuni problemi ove si tratta di costruire alcuni dei detti corpi rotondi con la condizione che abbiano una deter-

minata relazione di volume o di superficie con altri, oppure di dividere una sfera con un piano in due parti le cui superficie o i cui volumi abbiano fra loro un rapporto assegnato. Disgrazia volle che il citato Libro sia giunto mutilo sino a noi; è in conseguenza sorto il problema di scoprire in qual modo Archimede abbia risoluta la questione con cui esso Libro si chiude, cioè il problema di terzo grado che consiste nel « dividere con un piano una sfera in due parti tali che i loro volumi abbiano un rapporto assegnato ». Ma poichè è prerogativa dei grandi il contribuire al progresso della scienza, tanto con la loro parola quanto col loro silenzio, così le ricerche fatte per colmare la deplorata lacuna che presenta quell'antica opera, aggiunsero alla geometria alcune pagine, il cui valore è indiscutibile, anche se non possono, di certa scienza, dichiararsi per una divinazione del pensiero archimedeo.

conoidi e sferoidi

Gli splendidi risultati conseguiti da Archimede studiando i solidi di pertinenza degli elementi della geometria lo spinsero a occuparsi di altre figure congeneri, ma di specie più elevata. Sono quelle che nascono dalla rotazione di una ellisse attorno a uno dei propri assi, di una parabola attorno al proprio asse o di un ramo d'iperbole attorno all'as-

se focale; le figure della prima specie si chiamano *sferoidi* (allungate e accorciate, secondo che l'asse di rotazione è il maggiore o il minore degli assi della curva), *conoidi* quelle delle altre due. Ora, sui volumi dei solidi nascenti dal segare una di queste superfici mediante un piano perpendicolare all'asse di rotazione, Archimede ha stabilite buon numero di eleganti proposizioni, alla scoperta delle quali egli fu senza dubbio condotto dall'analogia che quelle figure presentano con i segmenti di sfera. Citiamone, come esempi, alcune. Il volume del segmento di conoide parabolico determinato da un piano perpendicolare o obliquo all'asse equivale a tre mezzi del cono avente la stessa base e il medesimo asse; il volume del segmento di conoide iperbolico determinato da un piano perpendicolare o obliquo all'asse sta al volume del cono di egual base e egual altezza nel rapporto $(h+3d) : (h+2d)$, h essendo l'altezza comune delle due figure e d il semidiametro corrispondente del conoide; il volume del semisferoide determinato da un piano qualsivoglia passante per il centro è doppio del cono avente la stessa base e lo stesso asse.

Prescindendo dal valore intrinseco di questi teoremi, il Libro dedicato da Archimede a *Conoidi e sferoidi* è importante come attestazione delle sue ampie cognizioni sopra queste notevoli superfici, tanto più che buon numero delle proprietà da lui applicate hanno luogo anche rimovendo l'ipotesi

che le superfici considerate siano di rotazione, sussistendo anche per tutte le superfici di secondo ordine. Nè va taciuto che molti dei suoi ragionamenti, studiati che siano a fondo, manifestano una analogia sostanziale con quelli che oggi si usano allo stesso scopo, ma servendosi di coordinate cartesiane ortogonali. Aggiungasi che, incidentalmente, Archimede completa, in qualche punto importante, la teoria delle sezioni coniche; a provarlo basti citare il teorema che assegna l'area di un'ellisse, il quale, unito a quello che già conosciamo sulla quadratura di un segmento parabolico, mostra come sin dalla più remota antichità fosse stato risoluto il problema della quadratura, per tutte le sezioni coniche, escluso il caso dell'iperbole che, come è oggi noto, non si può sciogliere senza ricorrere a logaritmi, inventati da Nepero or sono tre secoli.

il "metodo" di Archimede

Gli scritti meccanici e geometrici di Archimede (distinzione che potrebbesi a rigore omettere, considerando l'intima connessione che esiste fra gli uni e gli altri) destarono e ancora suscitano una sconfinata ammirazione, non soltanto per la originalità ed importanza delle verità ivi rivelate, ma anche per la genialità delle argomentazioni e per la forma così perfetta da rievocare l'immagine delle linee severe del Partenone.

Di questo sentimento di ammirazione si fece

interprete Plutarco scrivendo: «Non possono trovarsi in geometria più difficili e più gravi questioni scritte ed esposte con elementi più semplici e più chiari di quello che abbia fatto Archimede; il che riferiscono alcuni alla buona indole del suo ingegno e alcuni altri pensano che debbasi attribuire all'eccessiva fatica che egli spiegava, per fare che ogni cosa sembrasse fatta appunto senza sforzo e facilmente. Giacchè forse taluno in qualche proposizione, per quanto cercasse, non riuscirebbe a trovare da sè la dimostrazione; ma, veduta e intesa che l'abbia esposta da lui, si dà tosto a credere che egli pure l'avrebbe potuta trovare, per così piana e spedita strada egli conduce le sue dimostrazioni ».

Sopra quest'ultima asserzione sentiamo il dovere di fare alcune riserve, chè le opere di Archimede manifestano in modo così chiaro l'industria raffinata da lui usata per comporle, che nessuno dei competenti in materia, antichi o moderni, ebbe l'audacia di proclamarsi capace di emularlo; e ben presto il timido sospetto si cambiò in assoluta certezza che il metodo di esposizione da lui usato poco o nulla avesse di comune con la procedura che lo guidò alla scoperta di nuovi veri (veggasi a tal proposito quanto dicemmo riguardo alla quadratura di un segmento parabolico). E poichè nessuna autentica informazione al riguardo era stato possibile scoprire nell'antica letteratura superstite, si ricorse all'espediente a cui si suole volgersi in

siffatte disperanti circostanze, al fatto si sostituì l'opinione, al dato storico l'ipotesi; pur facendo larga parte all'irresistibile potere del genio, si ammise che Archimede facesse, fra l'altro, ampio uso del procedimento — detto « algebra geometrica » — i cui fondamenti sono consegnati nel II. Libro degli *Elementi* di Euclide. Fortuna volle che quando, con l'avvento al potere dei Giovani Turchi, furono aperte agli studiosi le porte delle Biblioteche di Costantinopoli, sino allora inaccessibili agli stranieri, si trovarono manoscritti scientifici del più alto valore. Citiamo soltanto — per non allontanarci dal nostro tèma — l'originale completo dei due Libri di Archimede *Sui corpi galleggianti* e un esteso frammento di una sua opera di carattere metodologico, di cui sino a quel giorno era generalmente temuta la distruzione. Siccome è ivi esposto l'applicazione di un *Metodo sopra i teoremi meccanici* a un cospicuo numero di questioni geometriche trattate in altre opere da Archimede, così tutto fa credere che si sia in presenza di un'opera scritta in età matura da chi, approssimandosi l'ora del viaggio che non ha ritorno, ritenne fosse proprio dovere di fornire agli investigatori futuri, veicoli sufficienti per proseguire nella via che lo aveva condotto alla gloria.

Natura e scopo di questo testamento scientifico sono indicati con tanta chiarezza e precisione nel l'epistola che ne forma l'esordio, che giudichiamo conveniente qui riferirla:

« Archimede a Eratostene, salute.

In passato ti comunicai alcuni teoremi da me scoperti e, nel mentre te ne inviavo gli enunciati, t'invitai a trovarne le dimostrazioni, che allora io non ero in grado di esporre. Detti enunciati erano i seguenti:

I. Se in un prisma retto avente per base un quadrato s'inscrive un cilindro avente le basi su due opposti di questi quadrati e tangente alle facce laterali del prisma e se per il centro del cerchio base del cilindro e per un lato del quadrato opposto si conduce un piano, esso staccherà dal cilindro una porzione limitata da due piani e dalla superficie del cilindro — cioè dal piano segante, dal piano della base del cilindro e dalla superficie cilindrica — il cui volume è la sesta parte del prisma.

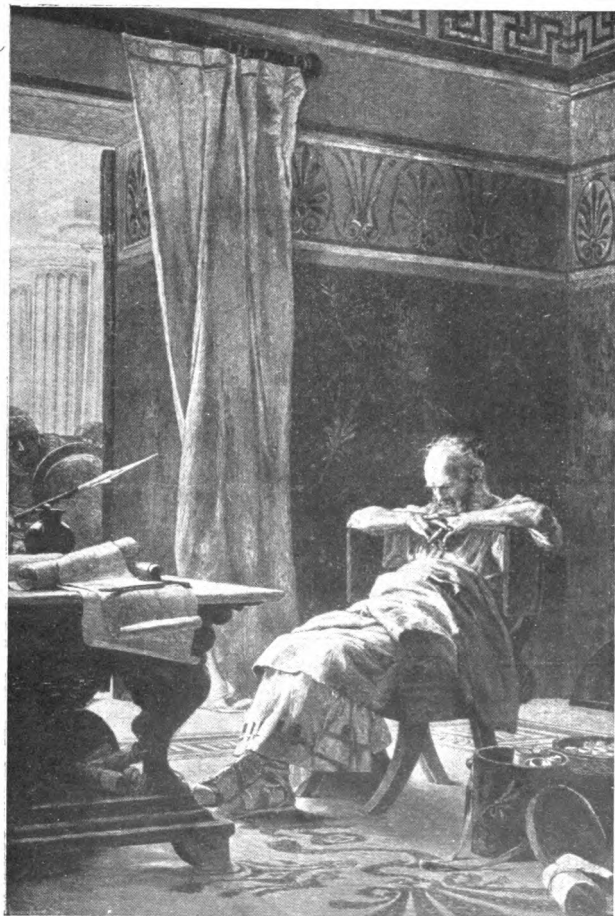
II. Se in un cubo s'inscrive un cilindro avente le basi sui piani di due quadrati opposti e la superficie tangente alle altre quattro facce e se nello stesso cubo s'inscrive un secondo cilindro avente le basi sui piani di due altri quadrati opposti e la superficie tangente alle altre quattro facce, il volume comune ai due cilindri è eguale a due terzi di quello di tutto il cubo.

Giova notare che questi teoremi differiscono da quelli già noti perchè i volumi dei solidi di cui trattammo, cioè i conoidi, gli sferoidi e i loro segmenti, furono paragonati a quelli di coni e cilindri e nessuno fu trovato eguale a una figura solida

limitata da piani; invece ciascuna delle figure ora considerate, benchè compresa fra piani e superfici cilindriche si trova essere eguale in volume a un solido limitato da piani.

Sono appunto le dimostrazioni di questi teoremi che si trovano nel presente Libro e te lo invio.

Ma siccome ti conosco come studioso e eccellente maestro di filosofia e so che sai apprezzare a dovere le ricerche matematiche, ho creduto opportuno esporti e spiegarti in questo stesso libro i particolari di un metodo mediante il quale ti riuscirà possibile procurarti una certa famigliarità nel trattare le questioni matematiche mediante considerazioni meccaniche. Sono poi convinto che questo metodo riuscirà altrettanto utile nella dimostrazione degli stessi teoremi. A me pure alcune cose si palesarono prima per via meccanica e soltanto dopo le dimostrai geometricamente. E' certo più facile, dopo di avere conseguita per quella via una certa cognizione intorno alle questioni, di trovarne la dimostrazione, anzichè cercarla senza possederne alcuna cognizione preliminare. Per tale ragione, anche dei teoremi sul cono e sulla piramide di cui Eudosso per primo scoprì la dimostrazione — cioè che il cono è la terza parte del cilindro e la piramide la terza parte del prisma di eguale base e eguale altezza — un merito non piccolo va attribuito a Democrito che per primo enunciò la proprietà surriferita di quelle figure.

A me accadde che la scoperta dei teoremi che ora

ARCHIMEDE

(da un affresco del Barabino esistente nel Palazzo Orsini di Genova.)

pubblico fu fatta in modo somigliante. Nella presente occasione ho deciso di esporre per iscritto il metodo da me seguito, tanto perchè l'ho già annunziato e non vorrei si dicesse avere io fatta una promessa vana, quanto perchè sono convinto della non piccola utilità che esso arrecherà alla matematica; ritengo, infatti, che alcuni dei contemporanei e dei posteri applicando questo metodo potranno scoprire altri teoremi che non mi vennero ancora in mente.

Espongo anzitutto quello che fu il primo risultato che mi si manifestò per via meccanica, cioè che ogni segmento parabolico è eguale a quattro terzi del triangolo aventi la stessa base e la stessa altezza, e poi gli altri risultati ottenuti con lo stesso metodo. In fine esporrò le dimostrazioni geometriche (*lacuna del testo*) [dei teoremi suaccennati] ».

Conformemente a questo programma Archimede fa conoscere successivamente quanto segue: I. Area di un segmento parabolico. II. Volume della sfera. III. Volume dello sferoide. IV. Volume del conoide parabolico. V. Centro di gravità di un segmento parabolico. VI. Centro di gravità di un emisfero. VII. Volume di un segmento sferico. VIII. Volume di un segmento di ellissoide. IX. Centro di gravità di un segmento sferico. X. Centro di gravità di un segmento di sferoide. XI. Volume e centro di gravità di un segmento di conoide iperbolico. XII. Volume dell'unghia sferica

(1) (tanto geometricamente, quanto meccanicamente). XIII. Volume comune a due cilindri inscritti nello stesso cubo (tanto con metodo geometrico, quanto per via meccanica).

Per quanto arido sia questo indice il lettore trarrà elementi sufficienti per misurare la somma importanza di questo scritto d'Archimede; benchè esso sia giunto sino a noi incompleto, tale e tanta è la somma di risultati che racchiude e la potenza euristica che manifesta in chi lo scrisse, che ben si comprende come il ritrovamento di esso sia riguardato per la più importante aggiunta che da secoli sia stata fatta alle nostre cognizioni sopra l'antica geometria.

l'arenario

Per rendersi conto della natura e dell'entità dei contributi dati da Archimede al sistema numerale dei Greci è indispensabile avere presente la struttura di tale sistema. Esso si basa sull'uso delle lettere dell'alfabeto greco minuscolo, integrato col richiamo in servizio di tre antichi caratteri caduti in disuso; i ventisette segni risultanti erano usati per designare i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900. I nu-

(1) È la prima delle figure definite nell'esordio.

meri intermedi venivano rappresentati graficamente scrivendo di seguito alcuni di quei simboli e sovrapponendo al gruppo risultante una tratto orizzontale, onde evitare che un numero venisse scambiato con una parola; così il numero 283 si scriveva così: β π γ ; norma generale era di scrivere nel senso (da sinistra verso destra) in cui procedeva la scrittura, prima le centinaia, poi le decine e da ultimo le unità. Così si fu in grado di rappresentare tutti i numeri sino al 999 inclusivamente.

Ma questo ambiente numerico si manifestò ben presto troppo angusto e allora si pensò di servirsi dei primi nove fra quei caratteri per rappresentare i corrispondenti multipli di mille, apponendovi in basso a destra un indice discriminatore. Così si giunse sino alla soglia del milione. Altri propose di indicare con un nuovo simbolo (M) il numero diecimila, la greca *miriade,* e di scomporre ogni numero in un certo numero (non superiore a dieci mila) di miriadi e con l'aggiunta di un numero non superiore a diecimila; così il numero 783459 si considerava e scriveva con somma di 78 miriadi e del numero 3459 che si era in grado di indicare con la scrittura; l'ultimo numero a cui così si arrivò si rappresenterebbe oggi con 999 999 999 cioè 10^8-1.

A questo punto entra in scena Archimede, il quale si propose e arrivò a dare al sistema numerale dei Greci un'estensione che può ben dirsi, almeno teoricamente, illimitata. Con quale scopo e per quale via egli giunse a questo risultato emerge dalla

lettera-prefazione dell'opera ordinariamente chiamata *Arenario* (in latino *De numero arenae*); di essa giova qui riferire alcuni squarci:

« O re Gelone, vi sono alcune persone che pensano essere infinito il numero dei grani di arena. Non parlo della sabbia che esiste nei dintorni di Siracusa e che è sparsa nel resto della Sicilia, ma sibbene di quella che esiste nelle regioni del mondo abitate e anche di quelle che abitate non sono. Altri ritengono che il numero dei grani non sia infinito, ma che sia impossibile assegnare un numero che sia maggiore di esso. Se coloro che pensano in questo modo si rappresentassero un volume di sabbia che fosse eguale al volume della terra, comprese le cavità e gli abissi del mare e si elevasse sino alla cima delle più alte montagne, è evidente che sarebbero meno convinte dell'esistenza di un numero maggiore di quello dei grani di sabbia.

Per conto mio farò vedere, mediante dimostrazioni geometriche, a cui tu non potrai negare il tuo assenso, che, fra i numeri da noi enumerati nei libri diretti a Zeusippo (*perduti*), ne esistono di quelli che eccedono il numero dei grani di sabbia di volume eguale, non soltanto all'ampiezza della terra, ma anche a quello di tutto l'universo.

Tu ben sai che il mondo è riguardato dalla maggior parte degli astronomi per una sfera concentrica alla terra e il cui raggio è eguale alla retta che va dal centro della terra a quello del sole.

Aristarco di Samo, riferisce ciò, confutandolo, nelle proposizioni (*perdute*) da lui pubblicate contro gli astronomi. Secondo quanto dice Aristarco il mondo sarebbe ben più grande di quanto abbiamo detto; giacchè egli suppose che le stelle e il sole siano immobili; che la terra ruoti attorno al sole come centro; e che l'ampiezza della sfera delle stelle fisse col centro nel sole sia tale che la circonferenza del cerchio descritto dalla terra stia alla distanza dalle stelle fisse come il centro della sfera sta alla sua superficie. E' però chiaro essere ciò inammissibile, perchè il centro della sfera non avendo grandezza alcuna, non può avere alcun rapporto con la superficie della sfera. Ma poichè si suol concepire la terra come situata al centro del mondo, bisogna ritenere che Aristarco abbia voluto dire che la terra sta alla sfera che noi chiamiamo il mondo, come la sfera contenente il cerchio che egli suppone descritto dalla terra sta alla sfera delle stelle fisse; giacchè egli impianta le sue dimostrazioni supponendo appunto che i fenomeni avvengano in questo modo; e egli sembra supporre che la grandezza della sfera, su cui egli ammette che si muova la terra, sia eguale alla sfera che noi chiamiamo il mondo.

Noi, dunque, diciamo che se si avesse una sfera di sabbia, della grandezza della sfera delle stelle fisse supposta da Aristarco, si potrebbe dimostrare che fra i numeri da noi enumerati nel Libro dei *Principî* se ne troverebbero di quelli superiori

al numero dei grani di sabbia contenuti in questa sfera.

Ciò posto, il contorno della terra sia circa 300 miriadi di stadi (1), ma non maggiore. Tu sai che altri pretese dimostrare che il contorno della terra è circa 30 miriadi di stadi (2). Per conto mio, spingendomi ben più oltre, lo suppongo dieci volte più grande, cioè 300 miriadi di stadi, ma non più grande. Suppongo poi, d'accordo con la maggior parte degli astronomi, che il diametro della terra superi quello della luna, mentre quello del sole sia maggiore di quello della terra; suppongo finalmente che il diametro del sole sia circa trenta volte quello della luna, ma non maggiore. Poichè fra gli astronomi di cui abbiamo parlato, Eudosso affermò che il diametro del sole è circa nove volte quello della luna; Fidia, figlio di Acupatro, disse che è dodici volte; e finalmente Aristarco si è sforzato a dimostrare che il diametro del sole è maggiore di diciotto volte il diametro della luna e minore di venti. Quanto a me, spingendomi ancora più oltre, nell'intento di stabilire inconfutabilmente quanto mi proposi, io suppongo il diametro del sole eguale a circa trenta volte il diametro della luna, ma non maggiore. Ammetto inoltre che il diametro del sole sia maggiore del lato del poligono di mille lati inscritto in un cer-

(1) Lo stadio valendo circa 198 metri, Archimede ammette che il contorno della terra sia 567 milioni di metri, mentre non è che 40.

(2) Più prossimo al vero di quanto suppose Archimede.

chio massimo della sfera entro la quale esso si muove; fo tale ipotesi perchè Aristarco afferma che il sole appare come la settecentoventesima parte del cerchio detto zodiaco . . . .

. . . .

Ammesso ciò, si dimostra che il diametro del mondo è minore di una miriade di volte il diametro della terra e minore anche di cento miriadi di miriadi di stadi . . . .

. . . .

Ecco quanto noi abbiamo supposto relativamente alle grandezze e alle distanze dei corpi celesti; riguardo ai grani di sabbia ammettiamo quanto segue:

Consideriamo un volume di sabbia che non sia maggiore di quello di un seme di papavero; ammettiamo che il numero di grani di sabbia in esso contenuti non sorpassi una miriade e che il diametro di quel seme di papavero non sia minore della quarantesima parte di un pollice.....

Sono queste tutte le supposizioni che noi facciamo.

Reputo ora necessario di esporre la nomenclatura dei numeri; se non ne dicessi nulla in questo libro, temerei che cadessero nell'errore coloro che non lessero quello da me inviato a Zeusippo.

Si sono dati nomi ai numeri sino a una miriade; al di là i nomi adottati sono abbastanza noti perchè non si è fatto che ripetere una miriade sino a diecimila miriadi.

I numeri testè citati e che vanno sino a una miriade di miriadi (10^8) si chiamino *Numeri primi,* mentre una miriade di miriadi del massimo dei numeri primi (10^{16}) si assuma come unità dei *Numeri secondi*. Contiamo con questa unità per decine, centinaia, migliaia, miriadi di queste stesse unità sino a una miriade di miriadi. Una miriade di miriadi di numeri secondi (10^{24}) chiamisi unità dei *Numeri terzi*. Contiamo di nuovo col mezzo di questa nuova unità per decine, centinaia, migliaia, miriadi, sino a una miriade di miriadi; una miriade di miriadi di numeri terzi sia chiamata unità dei *Numeri quarti* (10^{32}), mentre una miriade di miriadi di numeri quarti si assuma come unità di *Numeri quinti* e continuiamo a dare nomi ai numeri seguenti sino alle miriadi di miriadi dei numeri composti di miriadi di miriadi dei numeri terzi (10 elevato a $8 . 10^8$).

Benchè questa enorme massa di numeri sia senza dubbio bastante, si può spingersi più oltre. Infatti i numeri di cui abbiamo sinora parlato si chiamino elementi del *Primo periodo* e l'ultimo numero del primo periodo venga chiamato unità dei *Numeri primi del secondo periodo*. Di più una miriade di miriadi dei numeri primi del secondo periodo si chiami unità dei *Numeri secondi del secondo periodo*; una miriade di miriadi di unità dei numeri secondi del secondo periodo si chiami unità dei *Numeri terzi del secondo periodo,* e così si continui a dare nomi sempre nuovi ai numeri se-

guenti sino a un numero del secondo periodo che sia eguale a una miriade di miriadi di numeri composti di miriadi di miriadi (1). Inoltre l'ultimo numero del secondo periodo venga chiamato unità dei numeri del terzo periodo e seguitiamo a dare dei nomi ai numeri seguenti sino alle miriadi di numeri di miriadi di miriadi ».

E' appena necessario rilevare esplicitamente come l'esposto sistema numerale si basi sopra una successione avente per cardine il numero (10^8), onde a ragione viene di consueto designato con il nome di « sistema delle ottadi » di Archimede. Col mezzo di esso l'avversario di Marcello giunse a concludere che il numero considerato di grani di arena esistenti in tutto l'universo sia non maggiore di quello che scriverebbesi oggi con l'unità seguita da sessantatre zeri, onde non è certamente infinito, cosa che il grande geometra erasi appunto proposto di dimostrare. Perciò con piena ragione egli chiude il suo lavoro con le frasi seguenti:

« Io penso, o re Gelone, che queste cose sembreranno poco credibili a molti che non sono versati nelle matematiche; ma appariranno dimostrate a coloro che coltivano queste scienze e che si applicano a conoscere le mutue distanze e le grandezze della terra, del sole, della luna e di tutto il mondo ».

Può sembrare a taluno che l'*Arenario,* para-

(1) È il numero che noi esprimiamo con l'unità seguita da ottocento milioni di zeri.

gonato alle altre scritture archimedee, abbia un contenuto di poca importanza e un intento alquanto futile. Ma si rifletta che i Greci, a differenza di altri antichi popoli (ad esempio gli Indiani), avevano una repulsione, si direbbe un'idiosincrasia, per i numeri grandi; si vedrà allora come lo scopo che si propose Archimede fu di procurare fosse vinto un tale ingiustificato sentimento, col mostrare come si potessero considerare e trattare i più imponenti colossi aritmetici, anzi in qual modo fosse possibile innalzarsi nel cielo numerico ad altezze sconfinate. Quando riflettasi a tutto questo, ci si renderà conto dell'entusiastico giudizio che contemporanei e posteri del Siracusano hanno unanimemente pronunciato sull'ora discorsa scrittura.

il problema dei buoi

Che Archimede, a differenza dei Greci del suo tempo, sapesse navigare, da navigatore espertissimo, nelle più elevate regioni dell'universo numerico, viene confermato da un bellissimo problema che porta il suo nome, perchè, a quanto si narra, egli l'avrebbe proposto ai matematici di Alessandria col mezzo di una lettera fortunatamente superstite, diretta al suo illustre amico Eratostene da Cirene. Giova riferirla per intero:

« Calcola, o amico, la quantità di buoi del Sole, operando con la massima diligenza, se possiedi

qualche scienza; calcola in quale numero essi pascolavano un giorno sulle pianure dell'isola sicula Trinacria, distribuiti in quattro gruppi di vario colore: uno di aspetto bianco latteo, il secondo splendente di color nero, il terzo poi di un bruno dorato, il quarto composto di bestie screziate. In ogni greggie i tori erano in quantità considerevole e distribuiti nei rapporti seguenti: Ritieni i bianchi come eguali alla metà e alla terza parte (1) di tutti i neri e i bruni; i neri eguali alla quarta parte e alla quinta degli screziati e dei bruni; i restanti screziati considerali poi come eguali alla sesta parte e alla settima dei tori bianchi e di nuovo di tutti i bruni. Le giovenche erano invece ripartite nei rapporti seguenti: le bianche erano eguali precisamente alla terza parte e alla quarta di tutto il greggie nero, le nere eguali alla quarta parte insieme alla quinta delle screziate; le screziate erano precisamente eguali alla quinta parte e alla sesta di tutti gli animali del greggie bruno; le brune vennero poi valutate per eguali alla quinta parte e la sesta di tutti gli animali del greggie bianco; e le brune vennero valutate come eguali alla metà della terza parte e alla settima del greggie bianco. Quando, o amico, avrai determinati esattamente quanti erano i buoi del Sole, avrai distinto quanti erano di ciascun colore, non ti si potrà certamente

(1) Quì e in seguito viene applicato il sistema di sostituire a una frazione la somma di due altre a numeratore unitario.

chiamare ignorante nè inesperto nei numeri; tuttavia non ti si annovererà ancora fra i saggi.

Ma ora bada bene a queste altre relazioni a cui danno luogo i buoi del Sole. Quando i tori bianchi mescolavansi ai neri formavasi un gruppo equilatero in lunghezza e larghezza; le vaste pianure della Trinacria erano allora tutte piene di buoi; invece i bruni uniti agli screziati costituivano una figura triangolare. Quando avrai trovato tutto questo e l'avrai esposto sotto forma intelligibile e avrai anche determinato il numero totale dei buoi del Sole, allora, amico mio, va superbo come un vincitore per quanto hai fatto e sta pur certo che sarai considerato come ricco di scienza ».

Questo problema leggesi in forma metrica, insieme ad altri facili problemi aritmetici, pure di contenuto concreto e in versi, nella nota raccolta intitolata *Antologia Greca*. Di esso, come di tutti gli altri, la soluzione non è indicata neppure in linee generali, nè da altra fonte ci giunge alcuna luce al riguardo; si sa soltanto che « il problema dei buoi » era proverbiale per la sua difficoltà.

Per rendersi ragione del grado di questa i moderni si proposero di risolverlo con i procedimenti oggi in uso e così si riconobbe che, mentre limitandosi alla prima parte (a quella cioè che si chiude con le parole « ancora fra i saggi ») non ci si trova di fronte che a un problema semplicemente indeterminato e di primo grado, quando si voglia scioglierlo completamente si finisce per giun-

gere a una di quelle equazioni indeterminate di secondo grado, chiamate « di Pell » ma impropriamente, perchè erano state studiate da Fermat (1). Emerge da ciò che nulla autorizza a ritenere che Archimede non sia riuscito a risolvere il « problema dei buoi » dal momento che era in grado di scioglierlo l'eminente senatore tolosano, senza ricorrere a teorie sorte in tempi recenti.

Notisi poi che, come risulta da quanto precede, la questione in discorso, essendo indeterminata, ammette infinite soluzioni, fra cui, come è costume, giova considerare la minima. Ora essa conduce per i buoi del Sole a un numero di 206545 cifre, le prime delle quali sono 1598, numero indiscutibilmente enorme, ma che non era tale da incutere terrore nell'autore dell'*Arenario*.

Si può osservare che la superficie della Sicilia essendo di circa trentamila chilometri quadrati e ogni chilometro quadrato (cioè un milione di metri quadrati) non potendo ospitare più di mezzo milione di buoi, tutta la Sicilia, anche se fosse una pianura, non potrebbe contenerne più di quindicimila milioni, numero di gran lunga minore di quello dei buoi del Sole; ciò prova che il problema in discorso deve essere stato concepito senza nessun riguardo alla realtà.

Per dare ai lettori un'idea dell'enormità del nu-

(1) Per chi s'interessa a questioni aritmetiche è opportuno qui riferirla: $x^2 - 4729495\, y^2 = 1$.

mero trovato come soluzione della questione in esame, osserviamo che le più estese tavole di logaritmi contengono in ogni pagina cinquanta linee, ognuna delle quali porta cinquanta numeri; in totale dunque 2500 cifre; perciò, per scrivere il numero trovato, sarebbero necessarie, non meno di 83 pagine. Se poi si volessero, registrare i numeri relativi ai tori e alle giovenche dei quattro greggi, si avrebbe da riempire un volume di non meno di seicentosessanta pagine. Ammesso che in ogni secondo venga scritta una cifra e che si resti al tavolo dieci ore ogni giorno, la trascrizione di questi numeri esigerebbe un mese e mezzo circa di intenso lavoro. Non basta tutto ciò a provare che il « problema dei buoi » era ben degno di attrarre l'attenzione di un amatore dei grandi numeri quale era l'immortale Siracúsano?

la riforma del calendario

Che a quanto accadde nell'ambito sconfinato dei cieli abbia rivolto il proprio sguardo investigatore il figlio dell'astronomo Fidia è verosimile « a priori », è reso probabile da molte pagine dell'*Arenario* ed è confermato dal fatto che Cicerone parla con sconfinata ammirazione (ma, sgraziatamente, con altrettanta imprecisione) di una sfera materiale da lui congegnata per rappresentare il

moto degli astri sino allora investigati (1). Inoltre a lui viene attribuita un'opera importante sopra la durata dell'anno che, per nostra sfortuna, non fu sinora trovata, e nella quale egli dimostrò (2) che l'anno solare ha la durata di trecentosessantacinque giorni e un quarto. Ora durante l'anno 1866 fu scoperta presso una delle foci del Nilo, nelle vicinanze di Alessandria e precisamente fra le rovine dell'antica città di Cànope, una stele che risale al regno di Tolomeo Evergete III; essendone l'epigrafe che essa reca scolpita scritta tanto in Greco quanto in Egiziano (questo, anzi sia in geroglifici, che in segni demotici) e contenendo dessa il testo di un ordine del governo del tempo e del luogo, porta, nella storia della scienza, il nome di « Decreto bilingue di Cànope ». Con le disposizioni ivi contenute i sacerdoti egiziani dispongono che, a partire dalla data del detto decreto (7 marzo 238), i cinque giorni complementari, già aggiunti all'anno di 360 giorni, ogni quattro anni si accrescano di un altro da consacrarsi al re. Si tratta, dunque, della correzione proposta da Archimede e che, assai più tardi, il greco Sosigene suggerì a Giulio Cesare. Tutti sanno che, essendo stata accettata da chi allora reggeva le sorti della romana repubblica, ebbe origine la così-

(1) Particolari al riguardo erano certamente contenuti nell'opera *Sferopea* che Pappo e Proclo ad Archimede gli attribuiscono e che oggi considerasi perduta.
(2) D'accordo coi risultati di osservazioni fatte in Egitto e diffusi in Grecia da Eudosso.

detta « riforma giuliana » del calendario. Se ora si ricorda essere abitudine di Archimede di comunicare le proprie scoperte ai dotti ospiti del Museo d'Alessandria, appare fondata l'ipotesi che, appunto dal geniale suggerimento del sommo Siracusano, siano stati determinati prima il provvedimento trasmessoci dal Decreto bilingue di Cànope e più tardi la proposta di Sosigene. Emerge da ciò che gli è ad Archimede che devesi far risalire la saggia modificazione cronologica che si mostrò sufficiente per più di sedici secoli, cioè a partire dal 46 a. C. sino al 1582. anno in cui avvenne la «riforma gregoriana » del calendario.

varia fortuna di Archimede

L'astro di Euclide non subì mai eclissi totali; sia pure che le parti più elevate dei suoi *Elementi* abbiano cessato, durante parecchi secoli, di essere intelligibili agli studiosi romani e medioevali, la sua condizione privilegiata di prototipo dei geometri rimase inattaccata e, se non altro, qualche pagina della sua grande opera fu considerata ingrediente indispensabile nell'educazione di qualunque persona colta, persino dopo che, col trionfo della Chiesa cattolica sul Paganesimo, si era spento l'astro della scienza greca (IV o V secolo dell'e. v.).

Altrettanto non può dirsi riguardo ad Archimede;

Affresco esistente a Pompei

(Pubblicato dalla R. Acc. dei Lincei nelle notizie degli scavi - 1927).

sia pure che Cicerone più volte s'inchini dinnanzi al suo genio, sia pure che Plutarco vanti la chiarezza delle sue opere e che Vitruvio si atteggi a conoscitore profondo delle stesse, vi è ragione di credere che i Romani non fossero in grado di comprendere le profonde sue ricerche e le artificiose e complicate sue argomentazioni. A maggior ragione può ripetersi ciò riguardo al Medio Evo Latino; anzi, che l'immortale siciliano fosse allora caduto in completa dimenticanza sembra documentato dal fatto che Dante, in cui si assomma tutta la scienza del suo tempo, negò ad Archimede un posto nella « filosofica famiglia » che faceva nel Limbo corona al « maestro di color che sanno », nella quale invece ottennero una posizione degna di loro Euclide e Tolomeo.

Mentre l'Europa era immersa nelle tenebre più profonde, Archimede trovò in Oriente, fra gli Indiani e gli Arabi, persone in grado di intenderlo e ammirarlo. Degli studi fatti sopra i suoi scritti da coloro che abitavano la luminosa penisola che si protende sul mare fra l'Indo e il Gange, si hanno soltanto notizie vaghe e indirette, le quali non consentono di farsene un concetto esatto. Per converso, le meritorie fatiche di dotti orientalisti ci hanno fatto conoscere i frutti delle meditazioni che, a partire circa dall'800, i seguaci di Maometto fecero sulle opere dei più eminenti pensatori dell'Ellade antica. Allora anche gli scritti di Archimede furono tradotti e largamente commentati e diedero

vita a lavori originali, ben degni della massima considerazione.

Devesi all'influenza degli Arabi se, verso il 950, l'attenzione degli Europei si volse nuovamente verso lo studio del pensiero scientifico greco, chè questo fenomeno segue la conquista fatta da quei meravigliosi guerrieri delle terre stese sulla riva meridionale del Mediterraneo, sino alla penisola iberica. Collegare un nome e assegnare una data a quel rimpatrio di Archimede è cosa oggi impossibile; chè di esso non si può che segnalare l'influenza raramente confessata, ma indiscutibile in scrittori del periodo che corre dalla comparsa di Leonardo Pisano (1200 circa) alla fine del Medio Evo; essi, uniformandosi alle direttive tracciate dai fondatori dell'Umanesimo, tolsero gli originali degli scritti archimedei dalle biblioteche ove da secoli giacevano negletti, se non disprezzati, e non tardarono a subirne il benefico influsso.

Alla diffusione dei preziosi germi ivi deposti e meravigliosamente sopravissuti contribuì, naturalmente, la stampa e si può notare che poco più di mezzo secolo scorse dal momento in cui l'onore dell'impressione fu accordato a Euclide (1482), a quello in cui altrettanto accadde per Archimede (1544). E va rilevato essere merito indiscutibile e grande di Nicolò Tartaglia l'avere riposti in circolazione, anche fra gli scienziati alieni da studi eruditi, i concetti e i metodi dovuti al genio del Grande di cui ci stiamo occupando; e in tale azio-

ne egli fu validamente aiutato dal commentatore di eccezionale valore che risponde al nome di Federico Commandino. A partire da questo momento edizioni (1), commenti e traduzioni — non soltanto latino, ma anche in lingue moderne (2) — degli scritti discorsi nelle pagine precedenti si succedettero senza interruzione, di modo che Archimede non manca oggi in alcuna biblioteca fisico-matematica.

influenza di Archimede sul pensiero matematico moderno

E d'una tela viense tanta trama
e d'una fonte viense tanto fiume
e d'una quercia viense tante rame.
(G. d'ANNUNZIO).

La diffusione delle opere archimedee ebbe conseguenze della più alta portata. Da esse trassero ispirazione e lume Keplero e poi Galileo e i suoi discepoli, quando si proposero di applicare il concetto d'infinito alla misura di lunghezze, aree, volumi di figure limitate da linee non tutte rette e da superficie non tutte piane. Con quale e quan-

---

(1) A J. L. Heiberg (l'illustre erudito danese di cui piangiamo la recente scomparsa) devesi la migliore edizione critica delle opere di Archimede, condotta secondo i procedimenti rigorosi della filologia moderna.

(2) E' strano il fatto che fra queste manchi l'italiano, chè non conosciamo alcuna traduzione nella nostra lingua di *tutte le opere* di Archimede.

to successo è dimostrato da quelle gemme della letteratura matematica che sono la *Stereometria doliorum* di Keplero, la *Geometria degli indivisibili* di Bonaventura Cavalieri e le *Opere* di Evangelista Torricelli.

L'influenza del sommo Siracusano sul movimento del pensiero, che ebbe come coronamento l'invenzione del calcolo infinitesimale, fu indiscutibilmente decisiva e venne onestamente riconosciuta da coloro che contribuirono più efficacemente al conseguimento di questo memorabile risultato; giacchè se l'inglese Giovanni Wallis, autore dell'*Arithmetica infinitorum* proclamò Archimede « vir stupendae sagacitatis, qui pria fundamentis inventium fere omnium, de quibus promovendis aetas nostra gloriatur », Guglielmo Leibniz, uno dei creatori del calcolo sublime, non esitò ad affermare che « qui Archimedem (et Apollonium) intelligit, rerecentiorum summorum virorum inventa parcius mirabitur ». E si può asserire, senza tema di smentita, che il « metòdo di esaustione », che fu usato largamente in un periodo di transizione, e il calcolo mediante grandezze infinitamente grandi o piccole, tuttora in uso, rappresentano i frutti più splendidi e nutrienti della robusta pianta a cui l'autore dell'*Arenario* assicurò un'esistenza florida e vigorosa.

Se, lasciando questi lavori che toccano le vette più alte a cui giunse la ricerca matematica, volgiamo lo sguardo a regioni più modeste, non tar-

deremo a constatare che nella misura del cerchio e nella stereometria dei corpi rotondi, Archimede, avendo lasciato delle tracce profonde e indelebili, appare ai nostri occhi come maestro non ancora superato. Nè meno visibili sono le orme che egli ha segnato nella meccanica dei solidi e dei liquidi, cosicchè, mentre ci si presentano sotto la veste di suoi eminenti discepoli uomini quali Galileo Galilei e Benedetto Castelli, il suo nome è uno dei primi che vengono segnalati al giovinetto che imprende lo studio dei fenomeni fisici.

epilogo

Non è, dunque, un sentimento di cieco ingiustificato entusiasmo che dettò a un intelligente traduttore di Archimede — F. Peyrard — le frasi seguenti, con cui chiudiamo il nostro scritto, per mostrare che facciamo ad esse piena adesione:

« Ceux qui désirent faire des progrès véritablement solides dans les sciences mathématiques; ceux qui veulent que leur esprit soit doué d'une grande force et d'une grande exactitude, qu'il ait la capacité d'appercevoir à la fois clairement et distinctement un grand nombre d'objets et les rapports qu'ils ont entre eux; ceux-là doivent lire et méditer Archimède. Archimède est l'Homère des Géomètres ».

Bibliografia

Le opere che trattano di Archimede sono estremamente numerose, perchè di lui si occuparono, non soltanto gli storici della matematica e della fisica, ma anche coloro che narrarono le secolari lotte fra Roma e Cartagine. Dato l'indole del presente volumetto noi ci limitiamo a registrare i lavori di più agevole consultazione:

testi

Archimedis Syracusani Opera quae quidem extant omnia, multis iam saeculi desiderata, atquae à quàm paucissimeis hactenus visa, nuncque primùm et graecè et latinè in lucem edita. Adiecta quoque sunt Eutocii Ascalonitae in eosdem Archimedis libris Commentaria, item Graecè et Latinè, nunquam antea excusa. Basilae, MDXLIIII.

Archimedis Opera omnia cum Commentarii Eutocii, iterum edidit J. L. Heiberg (Lipsiae T. I., 1910; T. II., 1913; T. III., 1915).

The Works of Archimedes in modern notations by T. L. Heath (Cambridge, 1897)

T. L. Heath, The « Method » of Archimedes recently discovered by Heiberg (Cambridge 1912).

Les Oeuvres d'Archimède traduite du Grec en Français par P. ver Eecke (Bruges 1922).

Ostwald's Klassiker der exacten Wissenschaften, NN. 201, 202, 203, 210 e 213 (trad. tedesca di scritti Archimedei per cura di A. Czwalina).

H. Zotenberg, Traduction arabe du Traité des corps flottants (Journ. Asiatique, T. XIII, 1879).

H. Suter, Der Loculus Archimedius oder der Stomachien von Archimedes zum ersten Male nach zvei arabischen Manuskripte der K. Bibl. zu Berlin (Abhandl. zur Geschichte der Mathematik, T. IX, 1899).

E. Rufini, Il « Metodo » di Archimede e le origini dell'analisi infinitesimale nell'Antichità (Roma, 1926).

biografie

J. L. Heiberg, Quaestiones Archimedeae (Hauniae, 1879).

A. Favaro, Archimede, Profilo (Genova, Formiggini, 1912).

T. L. Heath, Archimedes (London, 1920).

A. Czwalina, Archimedes (Leipzig, 1925).

INDICE

Lire 4,25